В.Ф. Антонов, Е.К. Козлова, А.М. Черныш

ФИЗИКА И БИОФИЗИКА

ДЛЯ СТУДЕНТОВ МЕДИЦИНСКИХ ВУЗОВ

УЧЕБНИК

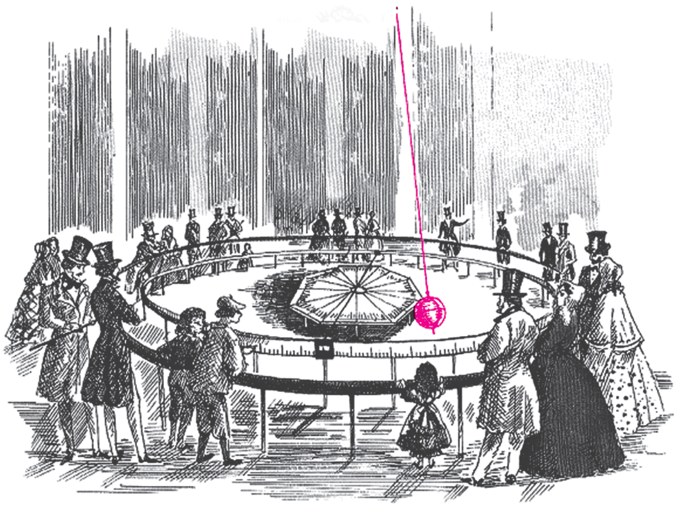
2-е издание,
исправленное и дополненное

Министерство образования и науки РФ
Рекомендовано ГОУ ВПО «Московская медицинская академия имени И.М. Сеченова» в качестве учебника для студентов учреждений высшего профессионального образования, обучающихся по специальностям 060101.65 «Лечебное дело», 060103.65 «Педиатрия», 060105.65 «Медико-профилактическое дело» по дисциплине «Физика»

Москва
ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА
«ГЭОТАР-Медиа»
2015

Глава 1

Механические колебания



Колебаниями называют *движения или процессы, характеризующиеся той или иной степенью повторяемости во времени*.

Таким свойством могут обладать явления и процессы различной природы: механической, электрической, тепловой, биологической. Например, меняют положение в пространстве маятник часов, струны музыкальных инструментов, изменяются величины напряжения в электрическом контуре и суточная температура воздуха, сокращается сердечная мышца, возникают нервные импульсы.

Всем колебаниям независимо от их природы присущи некоторые общие закономерности.

Одним из видов колебаний являются механические колебания. В зависимости от характера воздействия на колебательную систему различают свободные, вынужденные и автоколебания.

Свободные — колебания, которые возникают в системе под действием внутренних сил и происходят после того, как система тем или иным способом была выведена из состояния равновесия. Если на

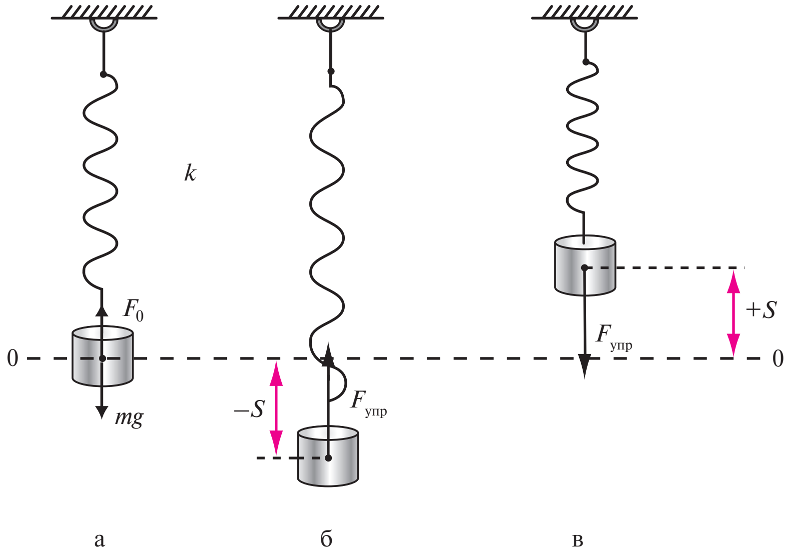


Рис. 1.1. Пружинный маятник: а — положение равновесия (F_0=mg); б — пружина растянута, смещение тела $-S$; в — пружина сжата, смещение тела $+S$

такую систему не действуют никакие внешние силы (вынуждающие или силы трения), то такие колебания совершаются по *гармоническому закону*. Если свободные колебания совершаются при действии сил трения, то они всегда являются *затухающими*.

Вынужденные — колебания, совершаемые системой под действием внешней периодически изменяющейся силы.

Автоколебания — всегда вынужденные колебания, но моменты воздействия внешней вынуждающей силы регулируются самой колеблющейся системой.

1.1. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

***Гармонические колебания** — это самый простой вид колебаний, характеризующийся тем, что смещение колеблющейся точки совершается по закону синуса либо косинуса.*

Рассмотрим вертикально расположенную пружину, один конец которой закреплен, а на другой подвешено тело массой m (рис. 1.1, а).

В этом положении начальная упругая сила F_0 и сила тяжести mg уравновешивают друг друга и тело находится в состоянии покоя. Если пружину растянуть (рис. 1.1, б) или сжать (рис. 1.1, в) на некоторое расстояние S, то на тело будет действовать сила упругости, вызванная смещением тела.

Для небольших деформаций пружины справедлив закон Гука:

$$F_{\text{упр}} = -ks,$$

где k — коэффициент упругости пружины; s — смещение тела относительно положения равновесия. Упругая сила всегда направлена в сторону положения равновесия и противоположно смещению тела. Поэтому в формуле ставится знак «–». Так как смещения тела отсчитываются от положения равновесия (уровень 0–0 на рис. 1.1), то постоянную составляющую смещения за счет силы тяжести mg можно не учитывать.

Тогда, с учетом второго закона Ньютона, можно записать уравнение движения тела:

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = -ks. \tag{1.1}$$

Введем замену:

$$\omega_0{}^2 = \frac{k}{m}, \tag{1.2}$$

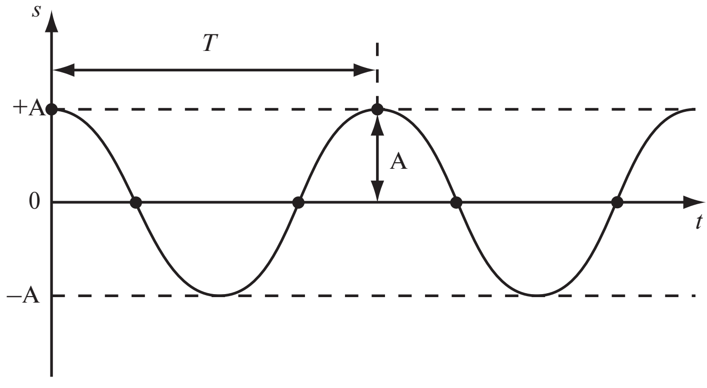


Рис. 1.2. График гармонического колебания: s — смещение тела; t — время; A — амплитуда колебаний; T — период колебаний

и, разделив обе части уравнения (1.1) на m, получим линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0. \qquad (1.3)$$

Решение уравнения (1.3):

$$s = \mathrm{A}\cos(\omega_0 \mathrm{t} + \varphi_0), \qquad (1.4)$$

где А — амплитуда колебания — максимальное смещение тела от положения равновесия;
ω_0 — круговая частота колебаний, $\omega_0 = 2\pi\nu$;
ν — частота в герцах [Гц, с^{-1}] — количество колебаний за 1 с;
$\omega_0 t + \varphi_0$ — текущая фаза колебаний; она определяет положение тела на данный (любой выбранный) момент времени;
φ_0 — начальная фаза колебания — определяет положение тела в момент $t = 0$.

Амплитуда и начальная фаза колебаний зависят от условий, при которых началось движение тела, в частности от положения тела и его скорости в момент $t = 0$.

Время, за которое совершается одно полное колебание, называется периодом колебаний T.

Период и частота связаны соотношением:

$$T = 1/\nu \text{ или } T = 2\pi/\omega_0, \qquad (1.5)$$

где ω_0 — собственная частота гармонического колебания.

Эта величина имеет глубокий физический смысл. Из выражения (1.2) следует, что ω_0 определяется только параметрами колебательной системы, в данном случае коэффициентом упругости пружины k и массой прикрепленного к ней тела m. Важно, что собственная частота не зависит от того, как в начальный момент $t = 0$ тело было выведено из равновесия: дали ему большое или малое начальное смещение; сильно или слабо толкнули тело в этот момент. Во всех случаях тело будет совершать колебания с собственной частотой ω_0.

Энергия колебательной системы (гармонического осциллятора) складывается из потенциальной $E_\text{П}$ и кинетической $E_\text{К}$ энергий:

$$E = E_\text{П} + E_\text{К} = \frac{ks^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2}. \qquad (1.6)$$

Тогда, с учетом (1.4), мгновенное значение потенциальной энергии:

$$E_{\Pi} = \frac{kA^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0), \tag{1.7}$$

а мгновенное значение кинетической энергии:

$$E_{K} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Учитывая (1.2) последнее выражение, можно представить:

$$E_{K} = \frac{kA^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{1.8}$$

Тогда значение полной энергии системы из (1.6; 1.7 и 1.8):

$$E = \frac{kA^2}{2}[\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)].$$

Из курса тригонометрии известно, что выражение в квадратных скобках равно единице, а следовательно:

$$E = \frac{kA^2}{2}. \tag{1.9}$$

Из формул (1.7) и (1.8) следует, что потенциальная и кинетическая энергии меняются во времени, и их величины смещены по фазе: когда потенциальная энергия максимальна, кинетическая равна нулю и наоборот, когда потенциальная энергия равна нулю, кинетическая — максимальна. Однако полная энергия с учетом (1.2, 1.6):

$$E = E_{\Pi} + E_{K} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}, \tag{1.10}$$

остается постоянной $E = E_{\Pi} + E_{K} = \text{const}$.